

CURSO: FÍSICA

SEMANA 2

TEMA: ANÁLISIS VECTORIAL

CLASIFICACION DE LAS MAGNITUDES FÍSICAS POR SU NATURALEZA

a) Magnitudes Escalares

Son aquellas magnitudes que están perfectamente determinadas con sólo conocer su valor numérico y su unidad.

Ejemplo: área, volumen masa, tiempo, temperatura, potencia, trabajo, energía, cantidad de calor, etc.

b) Magnitudes Vectoriales

Aquellas magnitudes que además de conocer su valor numérico y unidad, necesitan dirección para definirse.

Ejemplos son: velocidad, aceleración, fuerza, torque o momento de fuerza, desplazamiento, etc.

c) Magnitudes Tensoriales

Son aquellas magnitudes que necesitan más de una dirección en su definición, como ejemplo representativo para esta clase de magnitud se tiene a la presión.

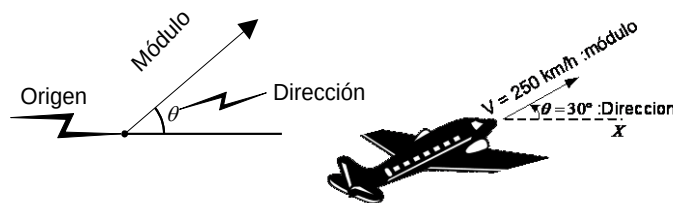
VECTOR :

Es un ente matemático como el punto, la recta y el plano. Se representa mediante un segmento de recta, orientado dentro del espacio euclidiano tridimensional.

Notación: se denota utilizando cualquier letra del alfabeto, con una pequeña flecha en la parte superior de la letra:

$\vec{A}$: Vector "A", también se le puede representar así:

Elementos básicos de un vector:



* Módulo: $|\vec{A}| = A$

Geoméricamente es el tamaño del vector. Indica el valor de la magnitud vectorial.

* Dirección: θ

Indica la dirección del vector, respecto del sistema de coordenadas con respecto al eje x positivo.

*Origen: "O"

Punto donde nace el vector.

OPERACIONES CON VECTORES.

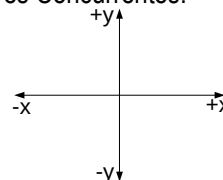
Existen 3 formas de operar con los vectores: suma, diferencia y multiplicación. A este nivel nos ocuparemos de las dos primeras.

I) ADICIÓN DE VECTORES

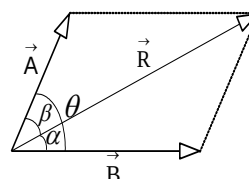
Suma de Vectores Colineales

En este caso la resultante se determina mediante la suma algebraica de los módulos de los vectores, teniendo en cuenta la siguiente regla de signos

Suma de Vectores Concurrentes.



En este caso el módulo de la resultante se halla mediante la ley de cosenos:



$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cdot \cos \theta}$$

A y B: Módulo de los vectores

R : módulo de la resultante

θ : Ángulo que forman los vectores

Y La dirección del vector resultante se halla mediante la ley de senos.

$$\frac{R}{\sin \theta} = \frac{A}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin \beta}$$

CASOS PARTICULARES EN LA SUMA DE VECTORES CONCURRENTES

Resultante máxima

$$\vec{B} \quad \vec{A} \quad \boxed{R_{\text{MÁX.}} = A + B}$$

La resultante de dos vectores es máxima, cuando forman entre si un ángulo de cero grados.

Resultante mínima

$$\vec{B} \quad \vec{A} \quad \boxed{R_{\text{MÍN.}} = A - B}$$

La resultante de dos vectores es mínima, cuando forman entre sí un ángulo de 180°.

Resultante de dos vectores perpendiculares

Cuando dos vectores entre sí forman un ángulo recto, la resultante se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras.

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Casos especiales:

Para un par de vectores que tengan el mismo módulo (K), la resultante es bisectriz y además:

Caso	Módulo de la resultante
	$R = K\sqrt{2}$

	$R = K\sqrt{3}$
	$R = K$

Método del polígono para Sumar "n" vectores

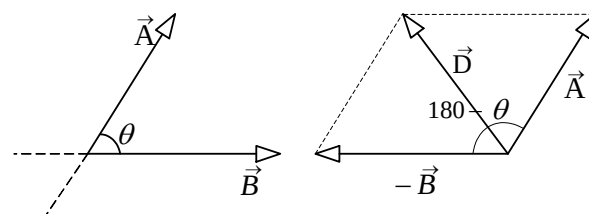
Consiste en construir, un polígono, uniendo el extremo del primer vector con el origen del segundo, el extremo del segundo vector y el origen del tercero, así sucesivamente hasta el último vector. El modulo del vector resultante se determina uniendo el origen del primer vector con el extremo del último vector.

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \vec{R}$$

Caso especial: Si el polígono vectorial es cerrado (horario o anti horario), entonces la resultante es cero.

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \vec{0}$$

1) SUSTRACCIÓN DE VECTORES



$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cdot \cos(180^\circ - \theta)}$$

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta}$$

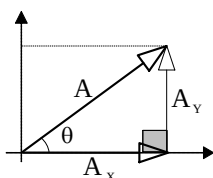
COMPONENTES DE UN VECTOR

Se denominan componentes de un vector a todos aquellos vectores que sumados por el método del polígono, dan

como resultado un determinado vector. Hay que tomar en cuenta que un vector puede tener infinitas componentes.

Descomposición rectangular

Consiste en expresar un vector en función de dos componentes que formen entre sí un ángulo recto.



La componente en el eje x es: $A_x = A \cos \theta$

La componente en el eje y es: $A_y = A \sin \theta$

Se puede descomponer utilizando triángulos notables en casos particulares.

SUMA DE VECTORES POR EL MÉTODO DE COMPONENTES RECTANGULARES.

Para hallar la resultante por este método, se sigue los siguientes pasos:

1. Se descomponen los vectores en sus componentes rectangulares.
2. Se halla la resultante en el eje x e y (R_x , R_y), por el método de vectores colineales.
3. El módulo del vector resultante se halla aplicando el teorema de Pitágoras.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

Observación:

I. Si la resultante de un sistema de vectores es VERTICAL, entonces las componentes HORIZONTALES suman cero

$$\sum \text{Vectores (Eje x)} = 0$$

II. Si la resultante de un sistema de Vectores es, HORIZONTAL entonces las componentes VERTICALES suman cero.

$$\sum \text{Vectores (Eje y)} = 0$$

VECTOR UNITARIO

Es un vector cuyo módulo es la unidad y tiene como objetivo indicar la dirección de un determinado vector.

$$\vec{u} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

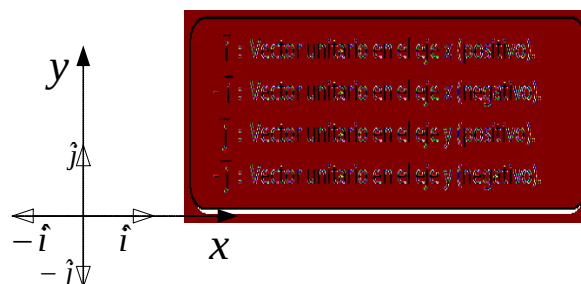
$\vec{u}$: Vector unitario de $\vec{A}$

Propiedades:

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Si } \vec{V}_1 \uparrow \vec{V}_2 &\Rightarrow \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \\ &\frac{|\vec{V}_1|}{|\vec{V}_1|} = \frac{|\vec{V}_2|}{|\vec{V}_2|} \\ \bullet \text{ Si } \vec{V}_1 \uparrow \downarrow \vec{V}_2 &\Rightarrow \vec{u}_1 = -\vec{u}_2 \end{aligned}$$

VECTORES UNITARIOS CARTESIANOS

Son aquellos vectores que se encuentran en los ejes cartesianos y cuyo módulo es la unidad.



Sean: $\vec{a} = (x, y)$ y $\vec{b} = (z, w)$	
$\vec{a}$ en función de los vectores unitarios cartesianos:	$\vec{a} = x\hat{i} + y\hat{j}$
Módulo de $\vec{a}$:	$a = \sqrt{x^2 + y^2}$
Vector unitario de $\vec{a}$:	$\vec{u} = \frac{\vec{a}}{ \vec{a} } = \frac{(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
$\vec{a} \pm \vec{b}$:	$(x \pm z, y \pm w)$
Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son codirigidos:	$\vec{a} = K\vec{b}$
Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son opuestos:	$\vec{a} = -K\vec{b}$

K: escalar (un número).

CUESTIONARIO

1. De las siguientes magnitudes, ¿Cuántas no son vectoriales? Masa, fuerza, trabajo, desplazamiento, potencia, aceleración y Temperatura.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

2. Dados los vectores $\vec{a} = 5 \text{ N}$ y $\vec{b} = 6 \text{ N}$.
Calcular $|\vec{a} - \vec{b}|$



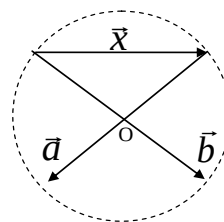
- a) 6N
b) 4N
c) 3N
d) 5N
e) 7N

3. Los cuadrados de la figura son iguales. Determinar la fuerza resultante

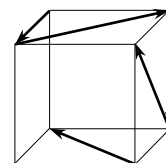
- a) $10\sqrt{10} \text{ Kgf.}$ d) $11\sqrt{10} \text{ Kgf.}$
b) $12\sqrt{10} \text{ Kgf.}$ e) $13\sqrt{10} \text{ Kgf.}$
c) $14\sqrt{10} \text{ Kgf.}$

4. La figura muestra una circunferencia de centro "O". Escribir el vector $\vec{x}$ en función de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$

- a) $\frac{(\vec{b} - \vec{a})}{2}$
b) $\frac{(\vec{b} - \vec{a})}{4}$
c) $\frac{(\vec{a} - \vec{b})}{2}$
d) $\frac{(\vec{b} - \vec{a})}{2} \vec{b}$
e) $\vec{b} - \vec{a}$



5. Calcular la resultante del sistema de vectores mostrados, la arista del cubo mide 5 cm



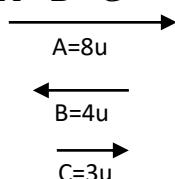
- a) 0
b) 5
c) 8
d) 10
e) 25

6. Sean los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ con módulos de 3 y $\sqrt{10}$ respectivamente. Si el módulo de la resultante de los vectores es 5. Calcular $|\vec{a} - \vec{b}|$

a) $\sqrt{12}$
b) $\sqrt{10}$
c) $\sqrt{11}$
d) $\sqrt{15}$
e) $\sqrt{13}$

7. Los vectores mostrados son paralelos y colineales. Calcular $\vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$

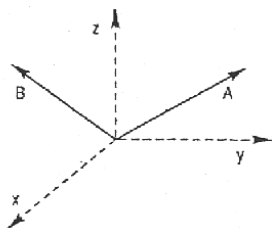
a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11



8. Si el módulo de la resultante máxima de dos vectores es 31 unidades y la mínima es 17 unidades. Calcular el módulo de su resultante cuando forman 90° .

a) 25 b) 48 c) 50 d) 14 e) 35

9. Determinar el vector desplazamiento y su módulo desde el punto A hasta B. si $A(3, 4, 5)$ y $B(-2, -3, 4)$.



a) $(-1, -7, -5); 2\sqrt{3}$ b) $(-5i+7j+1); 3\sqrt{5}$

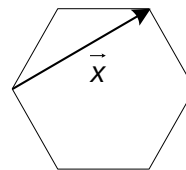
c) $(5, 7, 1); 3\sqrt{5}$ d) $(1, 1, 1) 3\sqrt{2}$

e) $(-5, -7, -1); 5\sqrt{3}$

10. Se tienen dos vectores de igual módulo cuya resultante es $8\sqrt{3}$ y forman 30° con uno de ellos. Encontrar el módulo de la resultante máxima de dichos vectores.

a) 8 b) $8\sqrt{3}$ c) 16 d) $16\sqrt{3}$ e) 24

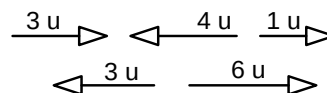
11. Dado el hexágono regular. Halle el módulo de $\vec{x}$. Lado el hexágono es 4 cm.



a) $4\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{3}$ c) 2 d) 1 e) 7

12. Dados los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$ de magnitud $2\sqrt{2}$, 5 y 2 cuyas direcciones respectivas son: -45° , 37° y 180° . Hallar: $|\vec{A} + 3\vec{B} - 5\vec{C}|$
- a) 20 b) 25 c) 30 d) 35 e) 40

13. Hallar el módulo del vector resultante del grupo de vectores mostrados. Todos los vectores son horizontales.



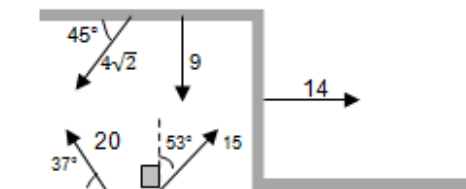
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e)

14. Se tienen dos vectores no paralelos A y B de módulos 3 y 5 respectivamente. ¿Cuál de los siguientes valores podría ser el módulo de la resultante?

a) 8 b) 2 c) 9 d) 1 e) 4

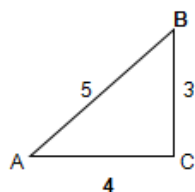
15. Determinar la resultante y su dirección del siguiente

Sistema de vectores concurrentes y coplanares.

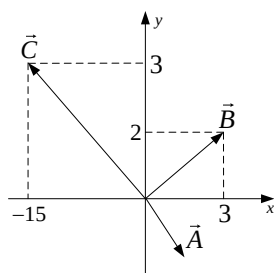


a) 10 y 73°
b) 10 y 53°
c) 20 y 37°
d) 20 y 53°
e) 10 y 37°

16. Tomando como base los lados del triángulo ABC, se establecen los vectores: $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ y $\vec{CB}$, sumando los tres vectores. ¿Cuál será el módulo y el ángulo de inclinación del vector resultante con respecto al vector $\vec{AC}$.



- a) 10 y 37°
b) 5 y 53°
c) 10 y 53°
d) 5 y 37°
e) 15 y 37°
17. El vector resultante del sistema es: $\vec{R} = -8\vec{i} - 6\vec{j}$. Hallar el vector $\vec{A}$.

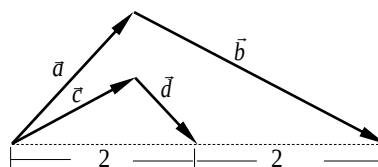


- a) $3\vec{i} + 4\vec{j}$
b) $3\vec{i} - 7\vec{j}$
c) $4\vec{i} - 11\vec{j}$
d) $5\vec{i} - 8\vec{j}$
e) $3\vec{i} + 6\vec{j}$

18. La magnitud de la resultante de dos vectores cuando forman 0° es 34 y cuando forman 180° es 14. ¿Cuál es la magnitud de la resultante cuando dichos vectores son perpendiculares?

- a) 17
b) 26
c) 13
d) 34
e) 41

19. Hallar el módulo del vector resultante:



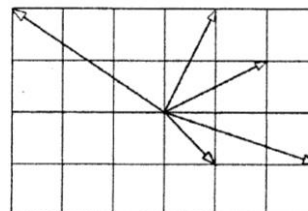
- a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

EVALUACION

20. Dos vectores A y b tienen una resultante máxima de 16 y una mínima de 4. ¿Cuál es el módulo de la resultante cuando formen 127° entre sí?

- a) 8
b) 3
c) 6
d) 10
e) 15

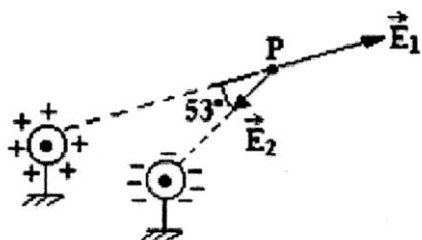
21. Si cada cuadradito de lado 1 cm en la figura mostrada hallar la resultante del sistema de vectores



- a) 2
b) 5
c) 10
d) 20
e) 25

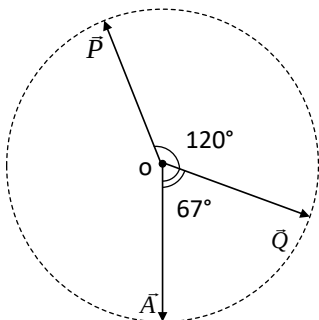
22. Toda carga eléctrica crea a su alrededor un campo eléctrico que se representa por el vector $\vec{E}$. Determinar el módulo del campo eléctrico resultante

$$|\vec{E}_1| = 3 \frac{N}{C} : |\vec{E}_2| = 5 \frac{N}{C}$$



- a) 12 N/C
b) 14 N/C
c) 4 N/C
d) 5 N/C
e) 6 N/C
23. Si las componentes rectangulares de un vector $\vec{F}$ en el sistema de coordenadas x e y son $F_x = 5$; $F_y = 5\sqrt{3}$
Hallar las componentes del vector en el sistema de coordenadas x' e y' , que con respecto al primero ha sido rotado en un ángulo de 23° .
- a) 5 y 6
b) 4 y 2
c) 3 y 5
d) 8 y 6
e) 2 y 7

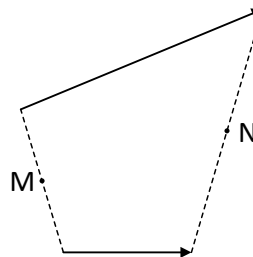
24. En la figura, determinar el modulo del vector resultante del conjunto de vectores mostrados, si el
Radio de la circunferencia es de $\sqrt{5}$ unidades y O es su centro.



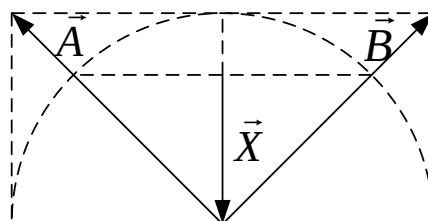
- a) 6
b) 4
c) 3
d) 5
e) 2
25. Dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, de igual módulo, forman entre sí un ángulo de 128° . Determinar la medida del ángulo que forman el vector diferencia $(\vec{A} - \vec{B})$ y el vector $\vec{B}$.

- a) 26°
b) 52°
c) 104°
d) 154°
e) 120°

26. En la figura, ABCD es un cuadrilátero cualesquiera, en el cual $MN = 22$, donde "M" y "N" son puntos medios. Hallar la magnitud de la resultante de los vectores mostrados.



- a) 11
b) 22
c) 33
d) 44
e) 55
27. A partir del gráfico exprese el vector $\vec{X}$ en función de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$.



- a) $-\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{A} + \vec{B})$
b) $-\frac{\sqrt{2}}{6}(\vec{A} + \vec{B})$
c) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}(\vec{A} + \vec{B})$
d) $-\frac{\sqrt{2}}{4}(\vec{A} + \vec{B})$
e) $-\frac{3\sqrt{2}}{4}(\vec{A} + \vec{B})$
28. El modulo del vector resultante de la suma de dos vectores iguales a 5 u es $4\sqrt{5}$. ¿Que ángulo forman entre sí?
- a) 37°
b) 53°
c) 30°
d) 60°
e) 45°

29. La resultante de dos vectores es $8u$ cuando forman 0° y $2u$ cuando forman 180° . La resultante de estos vectores cuando forman 60° es:
- a) $2u$ b) $1u$ c) $5u$
d) $3u$ e) $7u$
30. La diferencia entre una magnitud escalar y vectorial es:
- a) La dirección y sentido
b) La unidad
c) El sentido
d) El módulo y la unidad
e) El módulo

